

**Частное общеобразовательное учреждение
«ОНЛАЙН ГИМНАЗИЯ № 1»**

РАССМОТРЕНА
на заседании МО
Протокол
от 20.08.2021 г. № 1

ПРИНЯТА
на Педагогическом совете
Протокол 26.08.2021 .№ 1

УТВЕРЖДЕНА
приказом директора ЧОУ
«ОНЛАЙН ГИМНАЗИЯ № 1»
от 27.08.2021г. № 8-ОД

Рабочая программа

курса «Математика: задания повышенной сложности»
(углубленный уровень)

уровень: среднее общее образование

для обучающихся 10-11 классов

Количество часов: всего 138 ч., в неделю 2ч.

Срок освоения: 2 года

Составитель:

Алтухова И.В. учитель математики

Новосибирск

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа элективного курса по математике в 10-11 классах разработана в соответствии с нормативными документами:

1. Федерального закона от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» в действующей редакции.

2. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413, в действующей редакции.

3. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования, одобренная решением от 12 мая 2016 года. Протокол №2/16.

4. Устав ЧОУ «ОНЛАЙН ГИМНАЗИЯ №1» и локальные акты, регламентирующие организацию образовательной деятельности.

Данный элективный курс является предметно ориентированным и содержит материал, необходимый для успешной сдачи экзамена по математике в формате ЕГЭ профильного уровня. Элективный курс представлен в виде практикума, который позволит систематизировать и углубить знания учащихся в решении задач по математике. Плановое повторение и систематизация учебного материала позволит не только существенно повысить результаты учащихся на экзамене, но и качественно расширить общий математический уровень знаний.

При разработке данной программы учитывалось то, что элективный курс, как компонент образования должен быть направлен на удовлетворение познавательных потребностей и интересов старшеклассников, на формирование у них универсальных учебных действий и практической деятельности.

Содержание курса соответствует современным тенденциям развития школьного образования, идеям дифференциации, углубления и расширения знаний учащихся. Данный курс дает обучающимся возможность познакомиться с нестандартными способами решения математических задач, способствует формированию и развитию таких качеств, как интеллектуальная восприимчивость и способность к усвоению новой информации, гибкость и независимость логического мышления. Поможет учащимся в подготовке к ЕГЭ по математике, а также при выборе ими будущей профессии.

Цель курса:

- Углубить, обобщить и систематизировать универсальные учебные действия учащихся по математике
- Изучить современные методы решения в соответствии с программой для поступающих в вузы и требованиями, предъявляемыми к выпускникам на едином государственном экзамене;
- Развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры;
- Овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни;
- Воспитание средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для общественного прогресса.

Задачи курса:

- развитие интереса и положительную мотивацию изучения математики;
- расширение и углубление представления учащихся о приемах и методах решения математических задач;
- формирование навыка работы с дополнительной литературой, использования различных Интернет-ресурсов;
- развитие коммуникативных и обще учебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы и т.д.
- развитие способности к самоконтролю и саморегуляции.

2. Характеристика курса

В соответствии с ФГОС среднего общего образования *основными целями курса математики для 10-11 классов* являются:

- осознание значения математики в повседневной жизни человека;
- формирование представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки;
- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;
- развитие личности школьника средствами математики, подготовка его к продолжению обучения и к самореализации в современном обществе.

Усвоенные в курсе математики старшей школы знания и способы действий необходимы не только для дальнейшего успешного изучения математики в ВУЗе, но и для решения практических задач в повседневной жизни.

Достижение перечисленных целей предполагает *решение следующих задач*:

– формирование научного мировоззрения;
– воспитание отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии.

– формирование у обучающихся системных представлений и опыта применения методов, технологий и форм организации проектной и учебно-исследовательской деятельности для достижения практико-ориентированных результатов образования;

– формирование навыков разработки, реализации и общественной презентации обучающимися результатов исследования, индивидуального проекта, направленного на решение научной, лично и (или) социально значимой проблемы.

– сформированность мотивации изучения математики, готовности и способности, учащихся к саморазвитию, личностному самоопределению, построению индивидуальной траектории в изучении предмета;

– сформированность у учащихся способности к организации своей учебной деятельности посредством освоения личностных, познавательных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий;

– сформированность специфических для математики стилей мышления, необходимых для полноценного функционирования в современном обществе, в частности, логического, алгоритмического и эвристического;

– сформированность умений представлять информацию в зависимости от поставленных задач в виде таблицы, схемы, графика, диаграммы, использовать компьютерные программы, Интернет при ее обработке;

– овладение учащимися математическим языком и аппаратом как средством описания и исследования явлений окружающего мира;

– овладение системой универсальных учебных действий, необходимых для решения задач повседневной жизни, изучения смежных дисциплин и продолжения образования;

Структура курса представляет собой содержательно взаимосвязанные темы, изучение которых обеспечит системность и практическую направленность знаний и умений учеников. Разнообразный дидактический материал дает возможность отбирать дополнительные задания для учащихся повышенного уровня подготовки. Содержание курса можно варьировать с учетом склонностей, интересов, уровня подготовленности и сформированных компетенций обучающихся.

Для работы с обучающимися применимы такие формы работы:

Лекционно-практические занятия, беседа, практикум, консультация, работа с компьютером, групповые, индивидуальные формы работы.

Основной тип занятий - практикум.

Помимо этих традиционных форм предполагается проведение дискуссий, выступления с докладами, содержащими отчет о выполнении индивидуального или группового домашнего задания.

Теоретический материал планируется изучать в ходе лекционно-практических занятий, основное внимание уделять отработке практических навыков. На каждом занятии будут разбираться задачи повышенного уровня сложности, решение которых способствуют развитию универсальных учебных действий. Особое внимание отводится самостоятельной работе обучающихся, при которой учитель на разных этапах изучения темы выступает в разных ролях, чётко контролируя и направляя работу учащихся. Организация занятия должна учитывать дополнительное время на размышление и выдвижение гипотезы. При решении ряда задач необходимо рассмотреть несколько случаев. Одной группе учащихся полезно дать возможность самим открыть эти случаи. В другой - учитель может сузить требования и рассмотреть один из случаев.

Основная функция учителя в данном курсе состоит в «сопровождении» обучающихся в его познавательной деятельности, углублении ранее полученных универсальных учебных действий.

3. Описание места предмета в учебном плане.

Согласно учебному плану ЧОУ «ОНЛАЙН ГИМНАЗИЯ № 1» рабочая программа составлена с учётом проведения элективного курса «Математика: задания повышенной сложности» в определённом количестве:

Классы	Кол-во часов в неделю	Количество учебных недель	Всего часов за учебный год
10	2	35	70
11	2	34	68
Итого на уровне основного общего образования			138

4. Планируемые результаты освоения учебного курса

В соответствии с ООП СОО ЧОУ «ОНЛАЙН ГИМНАЗИЯ № 1»:

Личностные результаты

Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя:

- ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;
- готовность и способность обучающихся к отстаиванию личного достоинства, собственного мнения, готовность и способность вырабатывать собственную позицию по отношению к общественно-политическим событиям прошлого и настоящего на основе осознания и осмысления истории, духовных ценностей и достижений нашей страны;
- готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества, потребность в физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;
- принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью;
- неприятие вредных привычек: курения, употребления алкоголя, наркотиков

Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к России как к Родине (Отечеству):

- российская идентичность, способность к осознанию российской идентичности в поликультурном социуме, чувство причастности к историко-культурной общности

российского народа и судьбе России, патриотизм, готовность к служению Отечеству, его защите;

– уважение к своему народу, чувство ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России, уважение к государственным символам (герб, флаг, гимн);

– формирование уважения к русскому языку как государственному языку Российской Федерации, являющемуся основой российской идентичности и главным фактором национального самоопределения;

– воспитание уважения к культуре, языкам, традициям и обычаям народов, проживающих в Российской Федерации.

Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к закону, государству и к гражданскому обществу:

– гражданственность, гражданская позиция активного и ответственного члена российского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности, готового к участию в общественной жизни;

– признание неотчуждаемости основных прав и свобод человека, которые принадлежат каждому от рождения, готовность к осуществлению собственных прав и свобод без нарушения прав и свобод других лиц, готовность отстаивать собственные права и свободы человека и гражданина согласно общепризнанным принципам и нормам международного права и в соответствии с Конституцией Российской Федерации, правовая и политическая грамотность

– мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;

– интериоризация ценностей демократии и социальной солидарности, готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;

– готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;

– приверженность идеям интернационализма, дружбы, равенства, взаимопомощи народов; воспитание уважительного отношения к национальному достоинству людей, их чувствам, религиозным убеждениям;

– готовность обучающихся противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии; коррупции; дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям.

Личностные результаты в сфере отношений обучающихся с окружающими людьми:

– нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей, толерантного сознания и поведения в поликультурном мире, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;

– принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;

– способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам; бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью других людей, умение оказывать первую помощь;

– формирование выраженной в поведении нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору добра, нравственного сознания и поведения на основе

усвоения общечеловеческих ценностей и нравственных чувств (чести, долга, справедливости, милосердия и дружелюбия);

– развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре:

– мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;

– готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

– экологическая культура, бережное отношения к родной земле, природным богатствам России и мира; понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, ответственность за состояние природных ресурсов; умения и навыки разумного природопользования, нетерпимое отношение к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;

– эстетическое отношения к миру, готовность к эстетическому обустройству собственного быта.

Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к семье и родителям, в том числе подготовка к семейной жизни:

– ответственное отношение к созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни;

– положительный образ семьи, родительства (отцовства и материнства), интериоризация традиционных семейных ценностей.

Личностные результаты в сфере отношения обучающихся к труду, в сфере социально-экономических отношений:

– уважение ко всем формам собственности, готовность к защите своей собственности, осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;

– готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

– потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;

– готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

Личностные результаты в сфере физического, психологического, социального и академического благополучия обучающихся:

– физическое, эмоционально-психологическое, социальное благополучие обучающихся в жизни образовательной организации, ощущение детьми безопасности и психологического комфорта, информационной безопасности.

Метапредметные результаты

Регулятивные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

– самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;

- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты

Раздел	Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»	
	Выпускник научится	Выпускник получит возможность

		научиться
Элементы теории множеств и математической логики	<p>Свободно оперировать¹ понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости; задавать множества перечислением и характеристическим свойством; оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример; проверять принадлежность элемента множеству; находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости; проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.</p> <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов: использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений; проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов</p>	<p>Достижение результатов раздела II;</p> <p>оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем;</p> <p>понимать суть косвенного доказательства;</p> <p>оперировать понятиями счетного и несчетного множества;</p> <p>применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач.</p> <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов: использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов</p>
Числа и выражения	<p>Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел; переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;</p> <p>доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач; выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;</p> <p>сравнивать действительные числа разными способами; упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2; находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;</p> <p>выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней; выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений.</p> <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов: выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений; записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения; составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов</p>	<p>Достижение результатов раздела II;</p> <p>свободно оперировать числовыми множествами при решении задач; понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;</p> <p>владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач</p> <p>иметь базовые представления о множестве комплексных чисел; свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;</p> <p>владеть формулой бинома Ньютона;</p> <p>применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД;</p> <p>применять при решении задач Китайскую теорему об остатках; применять при решении задач Малую теорему Ферма;</p> <p>уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления; применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;</p> <p>применять при решении задач цепные дроби;</p>

¹ Здесь и далее: знать определение понятия, знать и уметь обосновывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

		<p>применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами; владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач; применять при решении задач Основную теорему алгебры; применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования</p>
Уравнения и неравенства	<p>Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений; решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные; овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач; применять теорему Безу к решению уравнений; применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй; понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать; владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор; использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения; решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами; владеть разными методами доказательства неравенств; решать уравнения в целых числах; изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами; свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений</p> <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов: составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов; выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов; составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных предметов; составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты; использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств</p>	<p>Достижение результатов раздела II; свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; свободно решать системы линейных уравнений; решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами; применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли; иметь представление о неравенствах между средними степенными</p>
Функции	<p>Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;</p>	<p>Достижение результатов раздела II; владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач; применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков</p>

	<p>владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;</p> <p>владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;</p> <p>владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;</p> <p>владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;</p> <p>владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;</p> <p>применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность;</p> <p>применять при решении задач преобразования графиков функций;</p> <p>владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия;</p> <p>применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.</p> <p>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов: определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.); интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации; определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)</p>	
<p>Элементы математического анализа</p>	<p>Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;</p> <p>применять для решения задач теорию пределов;</p> <p>владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;</p> <p>владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;</p> <p>вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;</p> <p>исследовать функции на монотонность и экстремумы;</p> <p>строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;</p> <p>владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;</p> <p>владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл;</p> <p>применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач.</p> <p>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов: решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов;</p> <p>интерпретировать полученные результаты</p>	<p>Достижение результатов раздела II;</p> <p>свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;</p> <p>свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;</p> <p>оперировать понятием первообразной функции для решения задач;</p> <p>овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;</p> <p>оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;</p> <p>уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;</p> <p>уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;</p> <p>уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла);</p> <p>уметь применять приложение производной и определенного</p>

		интеграла к решению задач естествознания; владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость
Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика	<p>Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее;</p> <p>оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;</p> <p>владеть основными понятиями комбинаторики и уметь их применять при решении задач;</p> <p>иметь представление об основах теории вероятностей;</p> <p>иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;</p> <p>иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;</p> <p>иметь представление о совместных распределениях случайных величин;</p> <p>понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;</p> <p>иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;</p> <p>иметь представление о корреляции случайных величин.</p> <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов: вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни; выбирать методы подходящего представления и обработки данных</p>	<p>Достижение результатов раздела II;</p> <p>иметь представление о центральной предельной теореме;</p> <p>иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;</p> <p>иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости;</p> <p>иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;</p> <p>иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;</p> <p>владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;</p> <p>иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;</p> <p>владеть понятием связность и уметь применять компоненты связности при решении задач;</p> <p>уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;</p> <p>иметь представление об эйлеровом и гамильтоновом пути, иметь представление о трудности задачи нахождения гамильтонова пути;</p> <p>владеть понятиями конечные и счетные множества и уметь их применять при решении задач;</p> <p>уметь применять метод математической индукции;</p> <p>уметь применять принцип Дирихле при решении задач</p>
Текстовые задачи	<p>Решать разные задачи повышенной трудности;</p> <p>анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;</p> <p>строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;</p> <p>решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;</p> <p>анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;</p> <p>переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.</p>	<p>Достижение результатов раздела II</p>

	В повседневной жизни и при изучении других предметов: решать практические задачи и задачи из других предметов	
Геометрия	<p>Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений; самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям; исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах; решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач; уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения; владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр; иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач; уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов; иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними; применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач; уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур; уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач; владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач; владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач; владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач; владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач; владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач; владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач; владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач; иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках; владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач; владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач; владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять их при решении задач; иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач; владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;</p>	<p>Иметь представление об аксиоматическом методе; владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач; уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла; владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач; иметь представление о двойственности правильных многогранников; владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций; иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника; иметь представление о конических сечениях; иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач; применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости; владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач; применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат; иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач; применять теоремы об отношениях объемов при решении задач; применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя; иметь представление о движениях в пространстве: параллельном</p>

	<p>иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач;</p> <p>иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;</p> <p>уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;</p> <p>иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур.</p> <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов: составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат</p>	<p>переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии, уметь применять их при решении задач;</p> <p>иметь представление о площади ортогональной проекции;</p> <p>иметь представление о трехгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;</p> <p>иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;</p> <p>уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;</p> <p>уметь применять формулы объемов при решении задач</p>
Векторы и координаты в пространстве	<p>Владеть понятиями векторы и их координаты;</p> <p>уметь выполнять операции над векторами;</p> <p>использовать скалярное произведение векторов при решении задач;</p> <p>применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;</p> <p>применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач</p>	<p>Достижение результатов раздела II;</p> <p>находить объем параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;</p> <p>задавать прямую в пространстве;</p> <p>находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;</p> <p>находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат</p>
История математики	<p>Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;</p> <p>понимать роль математики в развитии России</p>	<p>Достижение результатов раздела II</p>
Методы математики	<p>Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;</p> <p>применять основные методы решения математических задач;</p> <p>на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;</p> <p>применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;</p> <p>пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов</p>	<p>Достижение результатов раздела II;</p> <p>применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)</p>

Конкретизируем планируемые результаты освоения учебного предмета по классам

Программа курса предполагает достижение обучающимися следующих личностных, мета предметных и предметных результатов:

1) в личностном направлении:

Формирование оригинального мышления, способностей к преодолению мыслительных стереотипов. Формирование способности к самообразованию и самоконтролю. Развитие интереса к математическому творчеству. Умение планировать исследовательский процесс. Умение точно и грамотно излагать свои мысли, выстраивать аргументацию.

2) в метапредметном направлении:

Формирование представления о математике как форме описания и методе познания действительности, о средстве моделирования явлений и процессов; приобретение первоначального опыта математической исследовательской работы; умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических задач; умение видеть различные способы решения задач; умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом; умение самостоятельно ставить цели, создавать, разрабатывать и реализовывать схемы, планы и модели для решения задач; умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера.

3) в предметном направлении:

10 класс

Умение решать задачи повышенной сложности на делимость, поиск стратегий. Умение применять метод математической индукции при решении задач в разных областях, связанных со свойствами чисел и комбинаторикой. Умение решать геометрические задачи с дополнительными построениями. Развитие навыков решения олимпиадных задач. Умение строить логические обоснования, доказательства математических утверждений.

11 класс

Умение решать геометрические и алгебраические задачи повышенной сложности, поиск стратегий. Развитие навыков решения олимпиадных задач. Формирование механизмов мышления, характерных для математической деятельности. Развитие математической интуиции; умение применять математический язык для описания и исследования разных реальных ситуаций, процессов и явлений в повседневной жизни.

В результате освоения программы учащиеся должны знать / понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях» человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира. уметь:
- бегло и уверенно выполнять арифметические действия с рациональными числами;
- вычислять значения числовых выражений, содержащих степени и корни;
- рационализировать вычисления;
- свободно применять свои знания в ходе решения математических и практических задач, а также задач из смежных предметов;
- использовать формулы, содержащие радикалы, степени, логарифмы, тригонометрические выражения для соответствующих расчетов;
- преобразовывать формулы, выражая одни входящие в них буквы через другие;
- строить графики указанных в программе функций, научиться свободно читать графики, решать уравнения, используя общие приемы (разложение на множители, подстановка и замена переменной, применении функции к обеим частям, тождественные преобразования обеих частей);
- решать простейшие тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства;
- применять аппарат математического анализа (таблицы производных и первообразных, формулы дифференцирования и правила вычисления первообразных) для нахождения производных, первообразных и простейших определенных интегралов;

- исследовать элементарные функции с помощью методов математического анализа; вычислять площадь криволинейной трапеции при помощи определенного интеграла;
- изображать изученные геометрические тела, выделять их на чертежах и моделях;
- иллюстрировать чертежом или моделью условие стереометрической задачи;
- аргументировать рассуждения в ходе решения задач ссылками на данные, изученные в курсе планиметрии и стереометрии;
- вычислять значения геометрических величин (длин, углов, площадей и объемов), используя изученные формулы, применять эти знания и умения в окружающем мире.

5. Содержание курса.

10 класс

Текстовые задачи. Задачи на проценты, сплавы и смеси, на движение по прямой, по окружности, по воде, на совместную работу, на прогрессии. Текстовые задачи со сложными уравнениями.

Экономические задачи. Задачи на кредиты, прибыль. Задачи на оптимальный выбор. Расчет стоимости и сроков погашения. Процентное изменение величин. Задачи разные.

Начало теории вероятностей. Задачи на классическое определение вероятности. Задачи с использованием теорем о вероятностях событий.

Уравнения. Виды рациональных и иррациональных уравнений. Методы решения уравнений. Виды тригонометрических уравнений, разложение их на множители, исследование ОДЗ. Логарифмические и показательные уравнения. Уравнения смешанного типа. Вычисление значений тригонометрических выражений.

Вычисления и преобразования. Преобразования числовых рациональных и иррациональных выражений. Преобразования алгебраических выражений и дробей. Преобразования буквенных иррациональных выражений. Вычисление значений степенных выражений. Преобразования числовых и буквенных логарифмических выражений. Преобразования числовых и буквенных тригонометрических выражений.

Параметры. Параметры в линейных уравнениях и неравенствах. Параметры в квадратных уравнениях и неравенствах.

Графическая интерпретация решения уравнений и неравенств. Преобразование графиков.

Сложные уравнения, системы уравнений. Системы тригонометрических уравнений. Тригонометрические уравнения, исследование ОДЗ. Уравнения, содержащие знак модуля. Уравнения смешанного типа.

Планиметрия.

Многоугольники и их свойства задачах. Окружности и треугольники. Окружности и четырёхугольники. Окружности и системы окружностей.

Числа и их свойства. Последовательности и прогрессии. Сюжетные задачи: кино, театр, мотки верёвки. Числа и их свойства. Числовые наборы на карточках и досках.

11 класс

Производная и первообразная. Физический и геометрический смысл производной. Применение производной к исследованию функций. Первообразная.

Функции. Исследование степенных и иррациональных функций. Исследование частных. Исследование произведений. Исследование показательных и логарифмических функций. Исследование тригонометрических функций. Исследование функций без помощи производной.

Стереометрия. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до прямой и до плоскости. Расстояние между прямыми и плоскостями. Сечения многогранников. Объёмы многогранников. Круглые тела: цилиндр, конус, шар. Способы написания уравнения плоскости. Круглые тела: цилиндр, конус, шар. Многогранники: призма, пирамида. Правильные многогранники. Многогранники. Смешанные задачи.

Неравенства и системы неравенств. Рациональные, иррациональные, показательные неравенства. Неравенства, содержащие знак модуль. Тригонометрические неравенства. Неравенства различных типов. Логарифмические неравенства. Системы, содержащие логарифмическое неравенство. Системы с логарифмами по переменному основанию. Системы неравенств различных типов.

Планиметрия. Треугольники в задачах. Многоугольники. Задачи повышенной сложности на правильные многоугольники. Задачи с окружностью. Комбинации фигур. Задачи на площади.

Практические задачи. Логические задачи. Финансовые задачи. Разные практические задачи.

Задачи с параметрами. Способы решения задач с параметром. Уравнения с параметром. Неравенства с параметром. Системы с параметром.

6. Тематическое планирование

10класс

№ п\п	Раздел, тема	Количество часов, ч.		Деятельность учителя с учетом рабочей программы воспитания
		Всего на тему, раздел	Из них	
			на лабораторные, практические (с темой)	
	1.Текстовые задачи	4		
	Задачи на проценты, сплавы и смеси	1		Формирует умения соотносить реальные зависимости из окружающей жизни и из смежных дисциплин с элементарными функциями, использовать функциональные представления для решения задач, т.е. формирует специфические для математики стили мышления, необходимые для полноценного функционирования в современном обществе, в частности логического, алгоритмического и эвристического
	Задачи на движение по прямой, по окружности, по воде	1		Иницирует обучающихся к обсуждению, высказыванию своего мнения, выработке своего отношения по поводу получаемой на уроке социально значимой информации
	Задачи на совместную работу	1		Дает возможность обучающимся использовать математические модели для решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин, т.е. воспитывает отношение к математике, как к части общечеловеческой культуры
	Задачи на прогрессии	1		Дает возможность обучающимся использовать математические модели для решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин, т.е. воспитывает отношение к математике, как к части общечеловеческой культуры
	2. Экономические задачи	8		
	Вклады	1		Формирует финансовую грамотность учащихся
-7	Кредиты. Расчет сроков погашения.	2		Формирует финансовую грамотность учащихся

-9	Кредиты. Расчет стоимости и процентов.	2			Формирует финансовую грамотность учащихся
0-11	Задачи на оптимальный выбор.	2			Помогает интерпретировать свойства функций в контексте конкретной практической ситуации, т.е. воспитывает отношение к математике, как к части общечеловеческой культуры
2	Разные задачи	1			Иницирует обучающихся к обсуждению, высказыванию своего мнения, выработке своего отношения по поводу получаемой на уроке социально значимой информации
	3.Начало теории вероятностей	3			
3-14	Классическое определение вероятности	2			Организует работу обучающихся с социально значимой информацией по поводу получаемой на уроке социально значимой информации – обсуждать, высказывать мнение
5	Теоремы о вероятностях событий	1			Учит выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;
	4.Уравнения	8			
6	Иррациональные уравнения	1			Использует воспитательные возможности содержания учебного предмета через подбор соответствующих текстов для чтения, задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждения в классе
7	Рациональные уравнения	1			Применяет на уроке интерактивных формы работы с обучающимися: дискуссии, которые дают обучающимся возможность приобрести опыт ведения конструктивного диалога и др
8	Тригонометрические уравнения, разложение на множители	1			Побуждает проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
9	Логарифмические и показательные уравнения	1			Привлекает внимание обучающихся к обсуждаемой на уроке информации, активизирует познавательную деятельность обучающихся;
0	Тригонометрические уравнения	1			Привлекает внимание обучающихся к ценностному аспекту изучаемых на уроке явлений, понятий, приемов

1	Тригонометрические уравнения, исследование ОДЗ	1		Использует воспитательные возможности содержания учебного предмета через подбор соответствующих задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждения в классе
2-23	Уравнения смешанного типа	2		Использует уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач, т.е. воспитывает отношение к математике, как к части общечеловеческой культуры
	5.Вычисления и преобразования	9		
4	Преобразования числовых рациональных и иррациональных выражений	1		Организовывает работу обучающихся с социально значимой информацией по поводу получаемой на уроке социально значимой информации – обсуждать, высказывать мнение;
5	Преобразования алгебраических выражений и дробей	1		Побуждает обучающихся соблюдать на уроке принципы учебной дисциплины и самоорганизации
6	Преобразования буквенных иррациональных выражений	1		Помогает критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций
7	Вычисление значений степенных выражений	1		Помогает координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия
8	Преобразования числовых логарифмических выражений	1		Помогает овладеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения
9	Преобразования буквенных логарифмических выражений	1		Побуждает проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
0	Вычисление значений тригонометрических выражений	1		Использует воспитательные возможности содержания учебного предмета через подбор соответствующих задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждения в классе

1	Преобразования числовых и буквенных тригонометрических выражений	1			Иницирует обучающихся к обсуждению, высказыванию своего мнения, выработке своего отношения по поводу получаемой на уроке социально значимой информации
2	Промежуточная проверочная работа	1			
	6.Параметры	7			
3	Параметры в линейных уравнениях.	1			Учит использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач, т.е. воспитывает отношение к математике, как к части общечеловеческой культуры
4	Параметры в линейных неравенствах.	1			Учит использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач, т.е. формирует специфические для математики стили мышления, необходимые для полноценного функционирования в современном обществе
5	Параметры в квадратных уравнениях.	1			Иницирует и поддерживает исследовательскую деятельность обучающихся в рамках реализации ими индивидуальных и групповых исследовательских проектов, что даст обучающимся возможность приобрести навык генерирования и оформления собственных идей
6	Параметры в квадратных неравенствах.	1			Иницирует и поддерживает исследовательскую деятельность обучающихся в рамках реализации ими индивидуальных и групповых исследовательских проектов, что даст обучающимся возможность приобрести навык генерирования и оформления собственных идей
7	Графическая интерпретация решения уравнений и неравенств. Преобразование графиков	1			Совершенствует владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания
8-39	Системы с параметром	2			Помогает координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия
	7.Сложные уравнения, системы уравнений	1 2			

0	Тригонометрические уравнения	1			Использует уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач, т.е. формирует специфические для математики стили мышления, необходимые для полноценного функционирования в современном обществе
1-42	Тригонометрические уравнения	2			Привлекает внимание обучающихся к ценностному аспекту изучаемых на уроке явлений, понятий, приемов
3-44	Тригонометрические уравнения, исследование ОДЗ	2			Демонстрирует решение прикладных задач из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п., т.е. формирует специфические для математики стили мышления, необходимые для полноценного функционирования в современном обществе
5-46	Системы тригонометрических уравнений	2			Учит интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи, т.е. формирует специфические для математики стили мышления, необходимые для полноценного функционирования в современном обществе
7-48	Уравнения, содержащие знак модуля.	2			Побуждает обучающихся соблюдать на уроке принципы учебной дисциплины и самоорганизации
9	Уравнения смешанного типа	1			Помогает критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций
0-51	Уравнения смешанного типа	2			Дает возможность выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия
	8.Планиметрия	6			
2-53	Многоугольники и их свойства	2			Побуждает обучающихся соблюдать на уроке принципы учебной дисциплины и самоорганизации
4	Окружности и треугольники	1			Привлекает внимание обучающихся к ценностному аспекту изучаемых на уроке явлений, понятий, приемов
5	Окружности и четырёхугольники	1			Совершенствует владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания

6-57	Окружности и системы окружностей	2			Помогает координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия
	9. Числа и их свойства	1			
		3			
8-59	Последовательности и прогрессии				Использует воспитательные возможности содержания учебного предмета через демонстрацию обучающимся примеров ответственного, гражданского поведения, проявления человеколюбия и добросердечности
0-61	Сюжетные задачи: кино, театр, мотки верёвки	2			Вырабатывает умение у обучающихся использовать графики для решения прикладных задач, свойства реальных процессов и зависимостей, т.е. формирует специфические для математики стили мышления, необходимые для полноценного функционирования в современном обществе
2-63	Числовые наборы на карточках и досках	2			Вырабатывает умение у обучающихся использовать графики для решения прикладных задач, свойства реальных процессов и зависимостей, т.е. формирует специфические для математики стили мышления, необходимые для полноценного функционирования в современном обществе
4	Числа и их свойства	1			Вырабатывает умение у обучающихся использовать графики для решения прикладных задач, свойства реальных процессов и зависимостей, т.е. воспитывает отношение к математике, как к части общечеловеческой культуры
5-66	Числа и их свойства	2			Использует воспитательные возможности содержания учебного предмета через подбор соответствующих текстов для чтения, задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждения в классе
7-68	Числа и их свойства	2			Иницирует обучающихся к обсуждению, высказыванию своего мнения, выработке своего отношения по поводу получаемой на уроке социально значимой информации
9-70	Промежуточная контрольная работа	2			

11 класс

№ п\п	Раздел, тема	Количество часов,	
		ч.	из них

		В сего на тему, раздел	н а лабора торные , практи ческие (с темой)	Н а контро льные работы	
	1. Производная и первообразная	3			
	Физический и геометрический смысл производной	1			Привлекает внимание обучающихся к обсуждаемой на уроке информации, активизирует познавательную деятельность обучающихся
	Применение производной к исследованию функций	1			Организовывает работу обучающихся с социально значимой информацией по поводу получаемой на уроке социально значимой информации – обсуждать, высказывать мнение;
	Первообразная	1			Учит выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;
	2. Функции	7			
-5	Исследование степенных и иррациональных функций	2			Организует работу обучающихся с социально значимой информацией по поводу получаемой на уроке социально значимой информации – обсуждать, высказывать мнение
	Исследование частных	1			Использует воспитательные возможности содержания учебного предмета через демонстрацию обучающимся примеров ответственного, гражданского поведения, проявления человеколюбия и добросердечности
	Исследование произведений	1			Привлекает внимание обучающихся к ценностному аспекту изучаемых на уроке явлений, понятий, приемов
	Исследование показательных и	1			Формирует умение использовать графики для решения прикладных задач, свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции,

	логарифмических функций				промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.), т.е. воспитывает отношение к математике, как к части общечеловеческой культуры
	Исследование тригонометрических функций	1			Демонстрирует решение прикладных задач из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п., т.е. воспитывает отношение к математике, как к части общечеловеческой культуры
0	Исследование функций без помощи производной	1		1	Побуждает проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
	4.Стереометрия.	1	6		
1	Угол между плоскостями	1			Применяет на уроке интерактивных формы работы с обучающимися: дискуссии, которые дают обучающимся возможность приобрести опыт ведения конструктивного диалога и др
2	Расстояние от точки до прямой и до плоскости	1			Организовывает эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели
3	Расстояние между прямыми и плоскостями	1			Побуждает искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи
4	Сечения многогранников	1			Совершенствует владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания
5	Объёмы многогранников	1			Учит использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач, т.е. формирует специфические для математики стили мышления, необходимые для полноценного функционирования в современном обществе, в частности логического, алгоритмического и эвристического
6-17	Круглые тела. Цилиндр	2			Помогает овладеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения

8-19	Круглые тела. Конус.	2			Помогает анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту
0	Круглые тела. Шар.	1			Иницирует и поддерживает исследовательскую деятельность обучающихся в рамках реализации ими индивидуальных и групповых форм работы
1-22	Многогранники. Призма.	2			Побуждает проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
3	Многогранники. Пирамида.	1			Иницирует обучающихся к обсуждению, высказыванию своего мнения, выработке своего отношения по поводу получаемой на уроке социально значимой информации
4	Многогранники правильные.	1			Использует воспитательные возможности содержания учебного предмета через подбор соответствующих задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждения в классе
5	Многогранники. Смешанные задачи.	1			Побуждает обучающихся соблюдать на уроке принципы учебной дисциплины и самоорганизации
6	Способы написания уравнения плоскости.	1			Учит выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;
	5.Неравенства и системы неравенств.	1			
		6			
7	Рациональные неравенства	1			Учит использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач, т.е. формирует специфические для математики стили мышления, необходимые для полноценного функционирования в современном обществе, в частности логического, алгоритмического и эвристического
8	Иррациональные неравенства	1			Иницирует и поддерживает исследовательскую деятельность обучающихся в рамках реализации ими индивидуальных и групповых форм работы
9-30	Промежуточная проверочная работа.	2		2	
1-32	Показательные неравенства	2			Помогает овладеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и

					оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения
3-34	Неравенства, содержащие знак модуль.	2			Помогает анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту
5-36	Тригонометрические неравенства.	2			Помогает совершенствовать навыки использование неравенств для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;
7	Неравенства различных типов	1			Привлекает внимание обучающихся к ценностному аспекту изучаемых на уроке явлений, понятий, приемов
8	Логарифмические неравенства	1			Учит интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи
9	Системы, содержащие логарифмическое неравенство	1			Побуждает искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи
0	Системы с логарифмами по переменному основанию	1			Помогает анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту
1-42	Системы неравенств различных типов	2		1	Помогает совершенствовать навыки использование неравенств для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач, т.е. формирует специфические для математики стили мышления, необходимые для полноценного функционирования в современном обществе
	6. Планиметрия	1			
		2			
3-44	Треугольники в задачах.	2			Побуждает проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
5-46	Многоугольники	2			Побуждает проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов
7-48	Задачи повышенной сложности на	2			Привлекает внимание обучающихся к ценностному аспекту изучаемых на уроке явлений, понятий, приемов

	правильные многоугольники.				
9-50	Задачи с окружностью	2			Иницирует и поддерживает исследовательскую деятельность обучающихся в рамках реализации ими индивидуальных и групповых форм работы
1-52	Комбинации фигур	2			Дает возможность выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия
3-54	Задачи на площади.	2		1	Организовывает эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели
	7. Практические задачи	8			
5-56	Логические задачи	2			На основе математических закономерностей дает возможность обучающимся увидеть в природе и охарактеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
7-58	Финансовые задачи	2			Дает возможность обучающимся использовать математические модели для решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин, т.е. формирует специфические для математики стили мышления, необходимые для полноценного функционирования в современном обществе
9-60	Разные практические задачи	2			Дает возможность обучающимся использовать математические модели для решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин т.е. воспитывает отношение к математике, как к части общечеловеческой культуры
1-62	Разные практические задачи	2			На основе математических закономерностей дает возможность обучающимся увидеть в природе и охарактеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
	8.Задачи с параметрами	6			
3	Способы решения задач с параметрами	1			Помогает выработать готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию
4	Уравнения с параметром	1			Дает возможность выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия

5	Неравенства с параметром	1			Помогает выработать готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию
6	Системы с параметром	1			Дает возможность выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия
7-68	Итоговая контрольная работа	2		2	

7. Учебно-методический комплекс и интернет ресурсы:

1. Яценко, Высоцкий, Коновалов: ЕГЭ-2021. Математика. Базовый уровень. Типовые экзаменационные варианты. 30 вариантов; национальное образование, М., 2020г – для гуманитарного класса;
 2. Яценко, Высоцкий, Коновалов: ЕГЭ-2021. Математика. Профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты. 36 вариантов; национальное образование, М., 2020г – для физико-математического класса.
 3. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Базовый уровень (в двух частях) Мордкович А. Г. и др
 4. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Базовый уровень (в двух частях) Мордкович А. Г. и др
 5. Геометрия. 10-11 классы. Электронная форма учебника. Полная версия. Атанасяна Л.С. Бутузова В.Ф., Кадомцева С.Б.
 6. П.И. Алтынов. Алгебра и начала анализа. Тесты. 10-11 классы. Учебно-методическое пособие.-М.: Дрофа.2013 г.
 7. Л.И. Звавич. Алгебра в таблицах. Справочное пособие. 7-11 классы. -М.: Дрофа, 2013 г.
 8. В.В. Вавилов. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. Справочное пособие. -М.: Наука, 2009 г.
 9. Ф.Ф. Лысенко. Математика. Подготовка к ЕГЭ. -М.: Легион, 2020 г.
 10. А.В. Шевкин. ЕГЭ. Методы решения экзаменационных задач. М.: Экзамен, 2014 г.
 11. И.В. Яценко. ЕГЭ-2020. Математика. Учебно-тренировочные материалы для подготовки учащихся./ М.: Издательство «Экзамен», 2020 г.
 12. Семенов А.В. и др. Оптимальный банк заданий для подготовки учащихся. Единый государственный экзамен 2020. Математика. Учебное пособие. / А. В. Семенов, Л. С. Трепалин, И. П. Яценко, П. И. Захаров; под ред. И. В. Яценко; Московский Центр непрерывного математического образования. - М.: Интеллект-Центр, 2020. — 80 с.
 13. ЕГЭ 2020. Математика. Рабочая тетрадь. Шноль Д.Э. (под ред. Семенова А.Л., Яценко И.В.) 4-е изд., испр. - М.: 2020. - 40с.
 14. Шестаков С.А., Захаров П.И. ЕГЭ 2020. Математика. Задача С1/Под ред. А.Л. Семёнова и И.В. Яценко. – М.:МЦНМО, 2013. – 120с
 15. Шестаков С.А., Захаров П.И. ЕГЭ 2020. Математика. Задача С2/Под ред. А.Л. Семёнова и И.В. Яценко. – М.:МЦНМО, 2013. – 120с
 16. Шестаков С.А., Захаров П.И. ЕГЭ 2020. Математика. Задача С3/Под ред. А.Л. Семёнова и И.В. Яценко. – М.:МЦНМО, 2013. – 120с
 17. ЕГЭ 2020. Математика. Типовые тестовые задания/ И.Р. Высоцкий, Д.Д. Гущин, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семёнов, А.Л. Семёнов, М.А. Семёнова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э.Шноль, И.В. Яценко; под ред. А.Л. Семёнова, И.В. Яценко. – М.: Издательство «Экзамен», 2020. – 55, [1] с.
 18. Сайт ФИПИ <http://www.fipi.ru>,
 19. Сайт А. Ларина <http://www.alexlarin.net>,
 20. Открытый банк заданий <http://www.mathege.ru> и др.
- Перечень Интернет – ресурсов:**
1. Сайт ФИПИ <http://www.fipi.ru>,
 2. Сайт А. Ларина <http://www.alexlarin.net>,
 3. Открытый банк заданий <http://www.mathege.ru> и др.
 4. Сайт Дмитрия Гущина. Решу ЕГЭ.
 5. Сайт «Школа Пифагора. ВК»
 6. Сайт Ларина. Решу ЕГЭ.
 7. ФБТЗ. ЕГЭ -2021
 8. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) <http://fcior.edu.ru>

6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов <http://school-collection.edu.ru>

7 «Карман для учителя математики» <http://karmanform.ucoz.ru>.

8. Я иду на урок математики (методические разработки): www.festival.1september.ru

9 Уроки – конспекты www.pedsovet.ru

10 Видеофрагменты по математике ,10-11кл.

11.Презентации по математике, 10-11кл.

Контрольно- измерительные материалы, критерии оценивания, шкалы оценивания

Формы и методы контроля.

Для текущего контроля на занятиях учащимся рекомендуется серия заданий, часть которых выполняется в классе, а часть - дома самостоятельно. Количество заданий в тестах по каждой теме не одинаково, они носят комплексный характер, и большая часть их призвана выявить уровень развития математического мышления, тестируемого. Основным дидактическим средством для предлагаемого курса являются тексты рассматриваемых типов задач, которые могут быть выбраны из разнообразных сборников, различных вариантов ЕГЭ или составлены самим учителем.

Система оценивания знаний: «зачет/незачет»

Для контроля уровня достижений, учащихся необходимо использовать такие способы:

- наблюдение активности на занятии,
- беседа с учащимися, родителями,
- экспертные оценки педагогов по другим предметам.
- результат участия в олимпиадах, конференциях, конкурсах

Оценка промежуточных достижений прежде всего инструмент положительной мотивации.

Демонстрационный вариант контрольной работы

Шкала оценивания: двухбалльная шкала оценивания «зачет» и «незачет».

«Зачет» – работа выполнена не менее чем 75%.

«Незачет» - работа выполнена менее чем на 75%.

Ответом к каждому заданию 1-4 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Единицы измерений писать не нужно.

При записи решений и ответов на задания 5–11 запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы должны быть записаны чётко и разборчиво.

1) Найдите значение выражения $16 \log_7^4 \sqrt{7}$.

2) Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v=c \cdot \frac{f-f_0}{f+f_0},$$

где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемого сигнала (в МГц), f — частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту отражённого сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

3) Смешав 45-процентный и 97-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 72-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 45-процентного раствора использовали для получения смеси?

4) Найдите точку максимума функции

$$y = (2x-3) \cos x - 2 \sin x + 2 \text{ на промежутке } (0; 2\pi).$$

5) а) Решите уравнение

$$2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$

6) В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона AB основания равна 16, а высота пирамиды равна 4. На рёбрах AB , CD и AS отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM = DN = 4$ и $AK = 3$.

а) Докажите, что плоскости MNK и SBC параллельны.

б) Найдите расстояние от точки M до плоскости SBC .

7) Решите неравенство

$$\log_{11} (8x^2 + 7) - \log_{11} (x^2 + x + 1) \geq \log_{11} \left(\frac{x}{x+5} + 7 \right).$$

8) Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

9) 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1,0	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

10) Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x|-5)^2 + (y-4)^2 = 9, \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

11) В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали, по крайней мере, 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

- а) Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 10 раз?
 б) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 7?
 в) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.

Система оценивания.

Каждое из заданий 1–4 считается выполненным верно, если ученик дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	4
2	751
3	15
4	1,5

Решения и критерии оценивания выполнения заданий 5–11 с развёрнутым ответом.

Количество баллов, выставленных за выполнение этих заданий, зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается 0 баллов. Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают. При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

5)

а) Решите уравнение

$$2 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos 2x = \sqrt{3} \cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$.

Решение. а) Запишем исходное уравнение в виде:

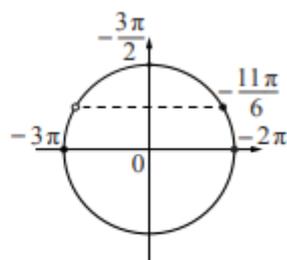
$$\sin x + \sqrt{3} \cos x + 1 - 2 \sin^2 x = \sqrt{3} \cos x + 1; \sin x - 2 \sin^2 x = 0; \sin x \cdot (2 \sin x - 1) = 0.$$

Значит, $\sin x = 0$, откуда $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$, или $\sin x = \frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$,

или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

Получим числа: $-3\pi; -2\pi; -\frac{11\pi}{6}$.



Ответ: а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

$$\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$$

$$\text{б) } -3\pi; -2\pi; -\frac{11\pi}{6}.$$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

б)

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона AB основания равна 16, а высота пирамиды равна 4. На рёбрах AB, CD и AS отмечены точки M, N и K соответственно, причём $AM = DN = 4$ и $AK = 3$.

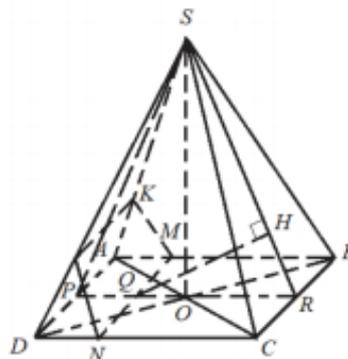
- а) Докажите, что плоскости MNK и SBC параллельны.
б) Найдите расстояние от точки M до плоскости SBC .

Решение. а) Пусть O — центр основания пирамиды. Тогда $AO = 8\sqrt{2}$, $AS = \sqrt{AO^2 + SO^2} = 12$. Следовательно, $AM : AB = AK : AS = 1 : 4$, поэтому прямые SB и KM параллельны. Кроме того, $MBCN$ — прямоугольник, поэтому прямые MN и BC также параллельны. Отсюда следует, что плоскости MNK и SBC параллельны.

б) Пусть P, Q, R — середины отрезков AD, MN и BC соответственно. Тогда плоскость SPR перпендикулярна прямой BC , а по доказанному в п. а) плоскости MNK и SBC параллельны, поэтому искомое расстояние равно расстоянию от точки Q до плоскости SBC . Проведём из точки Q перпендикуляр QH к прямой SR . Тогда

$$QH = QR \cdot \sin \angle QRH = QR \cdot \frac{SO}{SR} = 12 \cdot \frac{4}{\sqrt{4^2 + 8^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}}.$$

Ответ: б) $\frac{12}{\sqrt{5}}$.



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б	2
Выполнен только один из пунктов – а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

7)

Решите неравенство $\log_{11}(8x^2 + 7) - \log_{11}(x^2 + x + 1) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{x+5} + 7\right)$.

Решение. Правая часть неравенства определена при $x < -5$ и $x > -\frac{35}{8}$.

Поскольку при любых значениях x выражение $8x^2 + 7$ принимает положительные значения, при $x < -5$ и $x > -\frac{35}{8}$ неравенство принимает вид:

$$\frac{8x^2 + 7}{x^2 + x + 1} \geq \frac{8x + 35}{x + 5}; \quad \frac{8x^3 + 40x^2 + 7x + 35}{(x+5)(x^2+x+1)} \geq \frac{8x^3 + 43x^2 + 43x + 35}{(x+5)(x^2+x+1)};$$

$$\frac{3x^2 + 36x}{(x+5)(x^2+x+1)} \leq 0; \quad \frac{3x(x+12)}{(x+5)(x^2+x+1)} \leq 0,$$

откуда $x \leq -12$; $-5 < x \leq 0$. Учитывая ограничения $x < -5$ и $x > -\frac{35}{8}$,

получаем: $x \leq -12$; $-\frac{35}{8} < x \leq 0$.

Ответ: $(-\infty; -12]$; $(-\frac{35}{8}; 0]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек -12 и/или 0 , ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

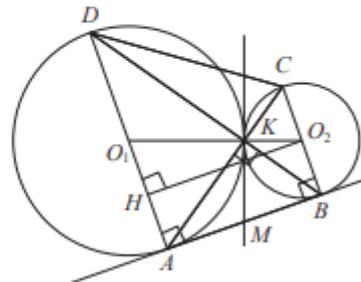
8)

Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Решение. а) Обозначим центры окружностей O_1 и O_2 соответственно. Пусть общая касательная, проведённая к окружностям в точке K , пересекает AB в точке M . По свойству касательных, проведённых из одной точки, $AM = KM$ и $KM = BM$. Треугольник AKB , у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, прямоугольный.



Вписанный угол AKD прямой, поэтому он опирается на диаметр AD . Значит, $AD \perp AB$. Аналогично получаем, что $BC \perp AB$. Следовательно, прямые AD и BC параллельны.

б) Пусть, для определённости, первая окружность имеет радиус 4, а вторая — радиус 1.

Треугольники BKC и AKD подобны, $\frac{AD}{BC} = 4$. Пусть $S_{BKC} = S$, тогда

$$S_{AKD} = 16S.$$

У треугольников AKD и AKB общая высота, следовательно, $\frac{S_{AKD}}{S_{AKB}} = \frac{DK}{KB} = \frac{AD}{BC}$,

т.е. $S_{AKB} = 4S$. Аналогично, $S_{CKD} = 4S$. Площадь трапеции $ABCD$ равна $25S$.

Вычислим площадь трапеции $ABCD$. Проведём к AD перпендикуляр O_2H , равный высоте трапеции, и найдём его из прямоугольного треугольника O_2HO_1 :

$$O_2H = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1H^2} = 4.$$

Тогда

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot AB = 20.$$

Следовательно, $25S = 20$, откуда $S = 0,8$ и $S_{AKB} = 4S = 3,2$.

Ответ: 3,2.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b , ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

9)

15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

Решение. По условию, долг перед банком (в млн рублей) на 15-е число каждого месяца должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$1; 0,6; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 0.$$

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$, тогда долг на 1-е число каждого месяца равен:

$$k; 0,6k; 0,4k; 0,3k; 0,2k; 0,1k.$$

Следовательно, выплаты со 2-го по 14-е число каждого месяца составляют:

$$k - 0,6; 0,6k - 0,4; 0,4k - 0,3; 0,3k - 0,2; 0,2k - 0,1; 0,1k.$$

Общая сумма выплат составляет:

$$\begin{aligned} & k(1 + 0,6 + 0,4 + 0,3 + 0,2 + 0,1) - (0,6 + 0,4 + 0,3 + 0,2 + 0,1) = \\ & = (k - 1)(1 + 0,6 + 0,4 + 0,3 + 0,2 + 0,1) + 1 = 2,6(k - 1) + 1. \end{aligned}$$

По условию, общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей, значит,

$$2,6(k - 1) + 1 < 1,2; 2,6 \cdot \frac{r}{100} + 1 < 1,2; r < 7\frac{9}{13}.$$

Наибольшее целое решение этого неравенства — число 7. Значит, искомое число процентов — 7.

Ответ: 7.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

10)

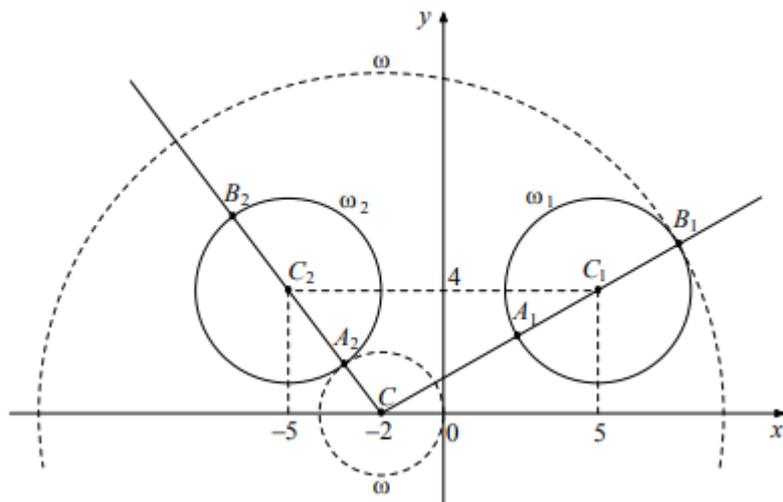
Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9, \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Решение. Если $x \geq 0$, то уравнение $(|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9$ задаёт окружность ω_1 с центром в точке $C_1(5; 4)$ радиусом 3, а если $x < 0$, то оно задаёт окружность ω_2 с центром в точке $C_2(-5; 4)$ таким же радиусом (см. рисунок).

При положительных значениях a уравнение $(x + 2)^2 + y^2 = a^2$ задаёт окружность ω с центром в точке $C(-2; 0)$ радиусом a . Поэтому задача состоит в том, чтобы найти все значения a , при каждом из которых окружность ω имеет единственную общую точку с объединением окружностей ω_1 и ω_2 .



Из точки C проведём луч CC_1 и обозначим через A_1 и B_1 точки его пересечения с окружностью ω_1 , где A_1 лежит между C и C_1 . Так как

$$CC_1 = \sqrt{(5+2)^2 + 4^2} = \sqrt{65}, \text{ то } CA_1 = \sqrt{65} - 3, CB_1 = \sqrt{65} + 3.$$

При $a < CA_1$ или $a > CB_1$ окружности ω и ω_1 не пересекаются.

При $CA_1 < a < CB_1$ окружности ω и ω_1 имеют две общие точки.

При $a = CA_1$ или $a = CB_1$ окружности ω и ω_1 касаются.

Из точки C проведём луч CC_2 и обозначим через A_2 и B_2 точки его пересечения с окружностью ω_2 , где A_2 лежит между C и C_2 . Так как

$$CC_2 = \sqrt{(-5+2)^2 + 4^2} = 5, \text{ то } CA_2 = 5 - 3 = 2, CB_2 = 5 + 3 = 8.$$

При $a < CA_2$ или $a > CB_2$ окружности ω и ω_2 не пересекаются.

При $CA_2 < a < CB_2$ окружности ω и ω_2 имеют две общие точки.

При $a = CA_2$ или $a = CB_2$ окружности ω и ω_2 касаются.

Исходная система имеет единственное решение тогда и только тогда, когда окружность ω касается ровно одной из двух окружностей ω_1 и ω_2 и не пересекается с другой. Так как $CA_2 < CA_1 < CB_2 < CB_1$, то условию задачи удовлетворяют только числа $a = 2$ и $a = \sqrt{65} + 3$.

Ответ: 2; $\sqrt{65} + 3$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены оба верных значения параметра, но <ul style="list-style-type: none"> – или в ответ включены также и одно-два неверных значения; – или решение недостаточно обосновано 	3
С помощью верного рассуждения получено хотя бы одно верное значение параметра	2
Задача сведена к исследованию: <ul style="list-style-type: none"> – или взаимного расположения трёх окружностей; – или двух квадратных уравнений с параметром 	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>4</i>

В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали, по крайней мере, 2 учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл за тест был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешёл из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 10 раз?

б) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 7?

в) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.

Решение. а) Пусть в школе № 1 писали тест 2 учащихся, один из них набрал 1 балл, а второй набрал 19 баллов и перешёл в школу № 2. Тогда средний балл в школе № 1 уменьшился в 10 раз.

б) Пусть в школе № 2 писали тест m учащихся, средний балл равнялся B , а перешедший в неё учащийся набрал u баллов. Тогда получаем:

$$u = 0,9(m+1)B - mB; 10u = (9-m)B.$$

Если $B=7$, то $(9-m)B$ не делится на 10, а $10u$ делится на 10. Но это невозможно, поскольку $10u = (9-m)B$.

в) Пусть в школе № 1 средний балл равнялся A . Тогда получаем:

$$u = (9-m)A - 0,9(8-m)A; 10u = (18-m)A = (9-m)B.$$

Заметим, что если $B=1$ или $B=3$, то $10u = (9-m)B$ не делится на 10. Если $B=2$ или $B=4$, то $m=4$. В первом случае $14A=10$, а во втором $14A=20$. Значит, ни один из этих случаев не возможен.

При $B=5$ и $m=3$ получаем $u=3$ и $A=2$. Этот случай реализуется, например, если в школе № 1 писали тест 6 учащихся, 3 из них набрали по 1 баллу, а 3 — по 3 балла, в школе № 2 писали тест 3 учащихся и каждый набрал по 5 баллов, а у перешедшего из одной школы в другую учащегося — 3 балла.

Ответ: а) да; б) нет; в) 5.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта a ; – обоснованное решение пункта b ; – искомая оценка в пункте v ; – пример в пункте v , обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>4</i>